# Позиционная система счисления. Двоичная система счисления

Впервые позиционная система счисления возникла в древнем Вавилоне. В Индии система работает в виде

позиционной десятичной нумерации с использованием нуля, у индусов данную систему чисел

позаимствовала арабская нация, у них, в свою очередь, взяли европейцы. В Европе эту систему стали

называть арабской.

[Позиционная система](https://www.calc.ru/Sistemy-Schisleniya-Osnovnyye-Ponyatiya.html) — значение всех цифр зависит от позиции (разряда) данной цифры в числе.

Примеры, стандартная 10-я система счисления – это позиционная система. Допустим дано число 453.

Цифра 4 обозначает сотни и соответствует числу 400, 5 — кол-во десятков и соответствует значению 50,

а 3 — единицы и значению 3. Легко заметить, что с увеличением разряда увеличивается значение.

Таким образом, заданное число запишем в виде суммы 400+50+3=453.

**Двоичная система счисления.**

Здесь только 2 цифры – это 0 и 1. **Основание двоичной системы** - число 2.

 Цифра, которая находится с самого края справа, указывает количество единиц, вторая цифра -

количество двоек, далее - количество четверок и так далее.

 Во всех разрядах возможна лишь одна цифра — или нуль, или единица.

 С помощью двоичной системы счисления возможно закодировать всякое натуральное число, представив

это число в виде последовательности нулей и единиц.

*Пример:        10112 = 1\*23 + 0\*2\*2+1\*21+1\*20 =1\*8 + 1\*2+1=1110*

Двоичную систему счисления, как и [десятичную систему счисления](https://www.calc.ru/Sistemy-Schisleniya-Pozitsionnaya-Sistema-Schisleniya-Desyat.html), зачастую используют в вычислительной

технике. Текст и числа компьютер хранит в своей памяти в двоичном коде и программным способом преобразует

в изображение на экране.

**Сложение, вычитание и умножение двоичных чисел.**

 Таблица сложения в двоичной системе счисления:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| + | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 10 (перенос в  старший разряд) |

 Таблица вычитания в двоичной системе счисления:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| - | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | (заём из старшего  разряда) 1 | 0 |

 Пример сложения «столбиком» *(1410 + 510 = 1910* или *11102 + 1012 = 100112):*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| + |  | 1 | 1 | 1 | 0 |
|  |  | 1 | 0 | 1 |
|  | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Таблица умножения в двоичной системе счисления:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| × | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

Пример умножения «столбиком» *(1410 \* 510= 7010* или *11102 \* 1012 = 10001102):*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| \* |  |  |  | 1 | 1 | 1 | 0 |
|  |  |  |  | 1 | 0 | 1 |
| + |  |  |  | 1 | 1 | 1 | 0 |
|  |  | 1 | 1 | 1 | 0 |  |
| = | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

**Преобразование чисел** **в двоичной системе счисления.**

 Для преобразования из двоичной системы в десятичную пользуются следующей таблицей степеней

основания 2:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 512 | 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

 Начиная с цифры один каждая цифра умножается на 2. Точка, стоящая после 1, называют **двоичной точкой**.

**Преобразование двоичных чисел в десятичные.**

 Пусть, есть двоичное число 1100012. Для перевода в десятичное записываем его в виде суммы по

разрядам следующим образом:

*1 \* 25 + 1 \* 24 + 0 \* 23 + 0 \* 22 + 0 \* 21 + 1 \* 20 = 49*

Немного по другому:

*1 \* 32 + 1 \* 16 + 0 \* 8 + 0 \* 4 + 0 \* 2 + 1 \* 1 = 49*

Также хорошо записывать расчет как таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 512 | 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
|  |  |  |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
|  |  |  |  | +32 | +16 | +0 | +0 | +0 | +1 |

 Двигаемся справа налево. Под всеми двоичными единицами записываем её эквивалент строчкой ниже.

Далее складываем десятичные числа, которые мы получили. Т.о., двоичное число 1100012 = десятичному 4910.

**Преобразование** [**дробных**](https://www.calc.ru/Drobi-Obyknovennyye-Pravilnyye-I-Nepravilnyye-Smeshannyye-I-.html) **двоичных чисел в десятичные.**

*Задание:* перевести число 1011010, 1012 в десятичную систему.

 Записываем заданное число в таком виде:

*1\*26 +0\*25 +1\*24 +1\*23+0 \*22 + 1 \* 21 + 0 \* 20 + 1 \* 2-1 + 0 \* 2-2 + 1 \* 2-3 = 90,625*

Другой вариант записи:

*1\*64+0\*32+1\*16+1\*8+0\*4+1\*2+0\*1+1\*0,5+0\*0,25+1\*0,125 = 90,625*

 Либо в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | 0.5 | 0.25 | 0.125 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0. | .1 | 0 | 1 |
| +64 | +0 | +16 | +8 | +0 | +2 | +0 | +0.5 | +0 | +0.125 |

**Преобразование десятичных чисел в двоичные.**

 Пусть, необходимо перевести число 19 в двоичное. Можем сдеать это таким образом:

*19 /2 = 9* с остатком *1*

*9 /2 = 4* c остатком *1*

*4 /2 = 2* без остатка *0*

*2 /2 = 1* без остатка *0*

*1 /2 = 0* с остатком *1*

 То есть, каждое частное делится на 2 и записывается остаток в конец двоичной записи. Деление

продолжается до того момента, когда в частном не будет нуля. Итог пишем справа налево. Т.е. нижняя

цифра (1) будет крайней левой и так далее. Итак, у нас получилось число 19 в двоичной записи: 10011.

**Преобразование дробных десятичных чисел в двоичные.**

 Когда в заданном числе присутствует целая часть, то ее преобразуют отдельно от дробной. Перевод

дробного числа из десятичной системы счисления в двоичную происходит следующим образом:

 Дробь умножается на основание двоичной системы счисления (2);

* В полученном [произведении](https://www.calc.ru/Chisla-Proizvedeniye-Chisel-Svoystva-Umnozheniya.html) выделяется целая часть, которая принимается в качестве старшего

разряда числа в двоичной системе счисления;

* Алгоритм завершается, если дробная часть полученного произведения равна нулю или если

достигнута требуемая точность вычислений. В противном случае вычисления продолжаются над

дробной частью произведения.

*Пример*: Нужно перевести дробное десятичное число 206,116 в дробное двоичное число.

 Переведя целую часть, получаем 20610=110011102. Дробная часть 0,116 умножается на основание 2,

заносим целые части произведения в разряды после запятой:

*0,116 • 2 = 0,232*

*0,232 • 2 = 0,464*

*0,464 • 2 = 0,928*

*0,928 • 2 = 1,856*

*0,856 • 2 = 1,712*

*0,712 • 2 = 1,424*

*0,424 • 2 = 0,848*

*0,848 • 2 = 1,696*

*0,696 • 2 = 1,392*

*0,392 • 2 = 0,784*

 и так далее. Т.о. *0,11610 ≈ 0,00011101102*

 Результат: *206,11610 ≈ 11001110,00011101102*

**Алгоритм перевода чисел из одной системы счисления в другую.**

      1. Из десятичной системы счисления:

 делим число на основание переводимой системы счисления;

* находим остаток от деления целой части числа;
* записываем все остатки от деления в обратном порядке;

      2. Из двоичной системы счисления:

 для перевода в десятичную систему счисления находим сумму произведений основания 2 на

соответствующую степень разряда;

* для перевода числа в [восьмеричную](https://www.calc.ru/Sistemy-Schisleniya-Pozitsionnaya-Sistema-Schisleniya-Vosmer.html) разбиваем число на триады.

*Например, 1000110 = 1 000 110 = 1068*

 для перевода числа из двоичной системы счисления в [шестнадцатеричную](https://www.calc.ru/Sistemy-Schisleniya-Pozitsionnaya-Sistema-Schisleniya-Shestn.html) разбиваем число на

группы по 4 разряда.

*Например, 1000110 = 100 0110 = 4616.*