**Практична робота № 1**

## Перетворення чисел із однієї системи числення в іншу

**Мета роботи:** навчитися перетворювати числа із однієї системи числення в іншу.

### 1.1 Теоретичні відомості

#### 1.1.1 Поняття системи числення

Система числення – це спосіб запису чисел за допомогою заданого набору спеціальних знаків (цифр).

Існують позиційні і непозиційні системи числення.

**У *непозиційних* системах вага цифрине залежить від її позиції** в записі числа. Так, в римській системі числення в числі ХХХII (тридцять два) вага цифри Х в будь-якій позиції дорівнює просто десяти.

**У *позиційних* системах** числення **вага кожної цифри змінюється залежно від її положення** (позиції) в послідовності цифр, що зображують число.

*Наприклад*, в числі 757,7 перша сімка означає 7 сотень, друга – 7 одиниць, а третя – 7 десятих доль одиниці.

Сам же запис числа 757,7 означає скорочений запис виразу:

700 + 50 + 7 + 0,7 = 7\*102 + 5\*101 + 7\*100 + 7\*10-1 = 757,7.

Будь-яка позиційна система числення характеризується своєю **основою.**

Основа позиційної системи числення – це кількість різних знаків або символів, що використовуються для зображення цифр в даній системі.

За основу системи можна прийняти будь-яке натуральне число – два, три, чотири і так далі. Отже, можлива нескінченна множина позиційних систем: двійкова, трійкова, четверична тощо. Запис чисел в кожній з систем числення з основою *q* означає скорочений запис виразу:

*an-1 qn-1 + an-2 qn-2+ ... + a1 q1 + a0 q0 + a-1 q-1 + ... + a-m q-m,*

де *ai*– цифри системи числення;

*n* і *m* – число цілих і дробових розрядів, відповідно.

Вага розряду *Рi* числа в позиційній системі числення – це відношення , де *i* номер розряду зправа наліво.

Вага розрядів росте зправа наліво. Якщо візьмемо розряд *Рі=*10*к* , то наступний старший буде мати вагу *Pi+1*=10*K+1*, а молодший *Pi–1*=10*K–1*. Такий взаємозв’язок розрядів передбачає, при виконанні операцій, передачу інформації між ними. Якщо в даному розряді накопичилося значення одиниць, що дорівнює або більше *q*, то повинна відбуватися передача одиниці в сусідній старший розряд.

*Наприклад:*



У кожній системі числення цифри впорядковані відповідно до їх значень: 1 більше 0, 2 більше 1 і так далі.

*Просуванням* цифри називають заміну її наступною по величині.

Просунути цифру 1 означає замінити її на 2, просунути цифру 2 означає замінити її на 3 і так далі. **Просування старшої цифри** (наприклад, цифри 9 в десятковій системі) **означає заміну її на 0**. У *двійковій* системі, що використовує лише дві цифри, – 0 і 1, просування 0 означає заміну її на 1, а просування 1 – заміну її на 0.

Цілі числа в будь-якій системі числення породжуються за допомогою **Правила рахунку**: для утворення цілого числа, наступного за будь-яким даним цілим числом, потрібно *просунути* найправішу цифру числа; якщо яка-небудь цифра після просування стала нулем, то потрібно просунути цифру, що стоїть зліва від неї.

Застосовуючи це правило, запишемо перші десять цілих чисел у різних системах числення:

* у двійковій системі: 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001;
* у трійковій системі: 0, 1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22, 100;
* у п’ятирічній системі: 0, 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14;
* вісімковій системі: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11.

Окрім десяткової широко використовуються системи з основою, що є *цілою степінню числа 2*, *а саме*:

* двійкова (використовуються цифри 0, 1);
* вісімкова (використовуються цифри 0, 1, ..., 7);
* шістнадцятирічна (для перших цілих чисел від нуля до дев’яти використовуються цифри 0, 1, ..., 9, а для наступних чисел – від десяти до п’ятнадцяти – як цифри використовуються символи A, B, C, D, E, F).

Дані системи числення наводяться у таблиці 1.1.

Вибір системи числення обумовлюється наступними причинами:

* основа системи визначає число знаків, що представляються в одному розряді. Тут перевагу має двійкова система, а не десяткова оскільки вона потребує всього два знаки (0,1);
* система числень повинна забезпечити точність арифметики, великий діапазон і простоту представлення чисел. Сигнал передачі біта інформації і майже всі радіоелементи мають двійкову природу і легко відображують числа в двійковій системі.

Таблиця 1.1 – Еквіваленти десяткових чисел у різних системах

Тому, із усіх систем числення особливо проста і тому цікава для технічної реалізації в комп’ютерах двійкова система числення.

Люди віддають перевагу десятковій системі, ймовірно, тому, що з давніх часів рахували по пальцях, а пальців у людей по десять на руках і ногах. Не завжди і не скрізь люди користуються десятковою системою числення. У Китаї, наприклад, довгий час користувалися п’ятирічною системою числення.

А комп’ютери використовують двійкову систему тому, що вона має ряд переваг перед іншими системами:

* для її реалізації потрібні технічні пристрої з двома стійкими станами (є струм – немає струму, намагнічений – не намагнічений і тому подібне), а не, наприклад, з десятьма, – як в десятковій;
* представлення інформації за допомогою лише двох станів надійно і завадостійко;
* можливе застосування апарату булевої алгебри для виконання логічних перетворень інформації;
* двійкова арифметика набагато простіша за десяткову.

*Недоліком двійкової системи* є швидке зростання числа розрядів, необхідних для запису чисел.

Двійкова система, зручна для комп’ютерів, для людини незручна із-за її громіздкості й незвичного запису.

Переведення чисел з десяткової системи в двійкову і навпаки виконує машина. Проте, аби професійно використовувати комп’ютер, слід навчитися розуміти слово машини. Для цього і розроблені вісімкова і шістнадцятирічна системи.

Числа в цих системах читаються майже так само легко, як в десятковій, які потребують відповідно *в три* (вісімкова) і *в чотири* (шістнадцятирічна) *рази менше розрядів, чим в двійковій системі* (адже числа 8 і 16 – відповідно, третя і четверта степені числа 2).

####

#### 1.1.2 Правила переведення чисел із однієї позиційної системи числення в іншу

##### 1.1.2.1 Переведення числа із десяткової системи в будь-яку іншу позиційну систему числення

При переведенні чисел з десяткової системи числення в систему з основою *P* > 1 зазвичай використовують наступний алгоритм:

1) Якщо переводиться ціла частина числа, то вона ділиться на *P*, після чого запам’ятовується залишок від ділення. Отримана частка знову ділиться на *P*, залишок запам’ятовується. Процедура продовжується доти, доки частка не стане рівною нулю. Залишки від ділення на *P* виписуються в порядку, зворотньому їх отриманню.

2) Якщо переводиться дробова частина числа, то вона множиться на *P*, після чого ціла частина запам’ятовується і відкидається. Знов отримана дробова частина множиться на *P* і так далі. Процедура продовжується доти, доки дробова частина не стане рівною нулю. Цілі частини виписуються після двійкової коми в порядку їх отримання. Результатом може бути або кінцевий, або періодичний двійковий дріб. Тому, коли дріб є періодичним, доводиться обривати множення на деякому кроці і задовольнятися наближеним записом вихідного числа в системі з основю *P.*

*Приклад 1.* Перевести число 75 з десяткової системи в двійкову, вісімкову і шістнадцятирічну.

Рішення:



Відповідь: 7510 = 1 001 0112 = 1138 = 4B16.

*Приклад 2.* Перевести число 0,35 з десяткової системи в двійкову, вісімкову і шістнадцятирічну.

Рішення:



Відповідь: 0,3510 = 0,010112 = 0,2638 = 0,5916 .

*Приклад 3.* Перевести дане число з десяткової системи числення в двійкову отримати п’ять знаків після коми в двійковому представленні).

а) 464(10); б) 380,1875(10); в) 115,94(10)

Рішення:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) 464 | 0 |   | б) 380 | 0 |   | 1875 |   | в) 115 | 1 |   | 94 |
| 232 | 0 |   | 190 | 0 | 0 | 375 |   | 57 | 1 | 1 | 88 |
| 116 | 0 |   | 95 | 1 | 0 | 75 |   | 28 | 0 | 1 | 76 |
| 58 | 0 |   | 47 | 1 | 1 | 5 |   | 14 | 0 | 1 | 52 |
| 29 | 1 |   | 23 | 1 | 1 | 0 |   | 7 | 1 | 1 | 04 |
| 14 | 0 |   | 11 | 1 |   |   |   | 3 | 1 | 0 | 08 |
| 7 | 1 |   | 5 | 1 |   |   |   | 1 | 1 | 0 | 16 |
| 3 | 1 |   | 2 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |
| 1 | 1 |   | 1 | 1 |   |   |   |   |   |   |   |

Відповідь: а)  464(10)=111010000(2); б) 380,1875(10) = 101111100,0011(2);

 в)  115,94(10) ≈ 1110011,11110(2) (в даному випадку було отримано шість знаків після коми, після чого результат був заокруглений).

##### 1.1.2.2 Переведення чисел із двійкової (вісімкової, шістнадцятирічної) системи в двійкову систему числення та навпаки

Якщо необхідно перевести число з двійкової системи числення в систему числення, основою якої є степінь двійки, досить об’єднати цифри двійкового числа в групи по стільки цифр, яким є показник степеня, і застосувати наведений нижче алгоритм.

*Наприклад*, якщо переклад здійснюється у вісімкову систему, то групи будуть містити по три цифри (8 = 23). У цілій частині числа групування проводиться зправа наліво, в дробовій частині – зліва направо. Якщо в останній групі бракує цифри, дописуються нулі: у цілій частині – зліва, в дробі – зправа. Потім кожна група замінюється відповідною цифрою нової системи. Відповідності наведені в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Відповідності систем числення

|  |  |
| --- | --- |
| P | Відповідності |
| 2 | 00 | 01 | 10 | 11 |   |
| 4 | 0 | 1 | 2 | 3 |   |
| 2  | 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 |   |
| 8  | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2  | 0000 | 0001 | 0010 | 0011 | 0100 | 0101 | 0110 | 0111 | 1000 | 1001 | 1010 | 1011 | 1100 | 1101 | 1110 | 1111 |
| 16 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |

Переведемо з двійкової системи в шістнадцятиричну число 1111010101,11(2):

0011 1101 0101,1100(2) = 3D5,C(16).

Переведення восьмирічних та шістнадцятирічних чисел в двійкову систему дуже простий: достатньо кожну цифру замінити еквівалентною їй двійковою *тріадою* (трійкою цифр) або *тетрадою* (четвіркою цифр).

*Наприклад:*



Щоб перевести число з двійкової системи у вісімкову або шістнадцятиричну, його потрібно розбити вліво і вправо від коми на тріади (для вісімкової) або тетради (для шістнадцятиричної) і кожну таку групу замінити відповідною вісімковою (шістнадцятирічною) цифрою.

*Наприклад:*



##### 1.1.2.3 Пеpеведення чисел із двійкової, вісімкової та шістнадцятирічної системи числення в десяткову систему числення

При переведенні числа з двійкової (вісімкової, шістнадцятирічної) системи в десяткову треба це число представити у вигляді суми степенів основи її системи числення.

При переведенні чисел з системи числення з основою *P* в десяткову систему числення необхідно пронумерувати розряди цілої частини зправа наліво, починаючи з нульового, і дробової частини, починаючи з розряду відразу після коми, зліва направо (початковий номер –1). Потім обчислити суму добутків відповідних значень розрядів на основу системи числення в степені, що дорівнює номеру розряду. Це і є представлення вихідного числа в десятковій системі числення.

*Наприклад:*



*Приклад 4*. Перевести дане число в десяткову систему числення:

а) 1000001(2).

1000001(2) = 1 \* 26 + 0 \* 25 + 0 \* 24 + 0 \* 23 + 0 \* 22 + 0 \* 21 + 1 \* 20 =

= 64 + 1 = 65(10).

*Зауваження. Якщо в будь-якому розряді стоїть нуль, то відповідний доданок можна опускати.*

б) 1000011111,0101(2).

1000011111,0101(2) = 1 ⋅ 29 + 1 ⋅ 24 + 1 ⋅ 23 + 1 ⋅ 22 + 1 ⋅ 21 + 1 ⋅ 20 + 1 ⋅ 2–2+ + 1 ⋅2–4 = 512 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 + 0,25 + 0,0625 = 543,3125(10).

в) 1216,04(8).

1216,04(8) = 1 ⋅ 83 + 2 ⋅ 82 + 1 ⋅ 81 + 6 ⋅ 80 + 4 ⋅ 8–2 = 512 + 128 + 8 + 6 + 0,0625=

= 654,0625(10).

г) 29A,5(16).

29A,5(16) = 2 ⋅ 162 + 9 ⋅ 161 + 10 ⋅ 160 + 5 ⋅ 16–1 = 512 + 144 + 10 + 0,3125=

= 656,3125(10).

Зведена таблиця переведення цілиых чисел із однієї системи числення в іншу подається у табл. 3.

Таблица 1.3 – Зведена таблиця переведення цілих чисел



### 1.2 Завдання до виконання практичної роботи №1

1. Із додатку Б згідно свого номера в журналі студент обирає варіант для виконання завдань практичної роботи №1.
2. У зошиті для практичних робіт (можна за допомогою комп’ютера, а потім роздрукувати у вигляді звіту) проводиться переведення чисел в задані системи числення з обов’язковим виконанням перевірки. Виконуються лише 1 та 2 завдання:
	* Перше завдання – Перевести задане число із десяткової системи числення в двійкову, вісімкову та шістнадцяткову системи числення.
	* Друге завдання – Перевести задане число в десяткову систему числення.

### 1.3 Контрольні питання

1. Дайти визначення системи числення. Назвати і охарактеризувати властивості системи числення.
2. Які системи числення називаються позиційними, а які – непозиційними? Наведіть приклади.
3. Що називається основою системи числення?
4. Чому для обчислювальної техніки особливо важлива двійкова система числення?
5. Які способи переведення цілих десяткових чисел в двійкові і навпаки Ви знаєте?
6. Як переводити цілі числа з двійкової системи числення у вісімкову і шістнадцятирічну і назвпаки?
7. Які символи використовуються для запису чисел в двійковій системі числення, вісімковій, шістнадцятиричній?
8. Чому дорівнюють ваги розрядів зліва від коми, що розділяє цілу і дробову частину, в двійковій системі числення (вісімковою, шістнадцятирічною)?
9. Чому дорівнюють ваги розрядів праворуч від коми, що розділяє цілу і дробову частину, в двійковій системі числення (вісімковою, шістнадцятирічною)?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 |
| Відмітка про виконання |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Дата виконання |  | Оцінка |  | Підпис викладача |  |

***ДОДАТОК Б***

***Варіанти завдань до практичної роботи №1***

**Варіант 1**

1. а) 860(10); б) 785(10); в) 149,375(10); г) 953,25(10); д) 228,79(10).

2. а) 1001010(2); б) 1100111(2); в) 110101101,00011(2); г) 111111100,0001(2); д) 775,11(8); е) 294,3(16).

**Варіант  2**

1. а) 250(10); б) 757(10); в) 711,25(10); г) 914,625(10); д) 261,78(10).

2. а) 1111000(2); б) 1111000000(2); в) 111101100,01101(2); г) 100111100,1101(2); д) 1233,5(8);

**Варіант 3**

1. а) 759(10); б) 265(10); в) 79,4375(10); г) 360,25(10); д) 240,25(10).

2. а) 1001101(2); б) 10001000(2); в) 100111001,01(2); г) 1111010000,001(2); д) 1461,15(8); е) 9D,A(16).

**Варіант 4**

1. а) 216(10); б) 336(10); в) 741,125(10); г) 712,375(10); д) 184,14(10).

2. а) 1100000110(2); б) 1100010(2); в) 1011010,001(2); г) 1010100010,001(2); д) 1537,22(8); е) 2D9,8(16).

**Варіант 5**

1. а) 530(10); б) 265(10); в) 597,25(10); г) 300,375(10); д) 75,57(10).

2. а) 101000111(2); б) 110001001(2); в) 1001101010,01(2); г) 1011110100,01(2); д) 1317,75(8); е) 2F4,0C(16).

**Варіант 6**

1. а) 945(10); б) 85(10); в) 444,125(10); г) 989,375(10); д) 237,73(10).

2. а) 110001111(2); б) 111010001(2); в) 100110101,1001(2); г) 1000010,01011(2); д) 176,5(8); е) 3D2,04(16).

**Варіант 7**

1. а) 287(10); б) 220(10); в) 332,1875(10); г) 652,625(10); д) 315,21(10).

2. а) 10101000(2); б) 1101100(2); в) 10000010000,01001(2); г) 1110010100,001(2); д) 1714,2(8); е) DD,3(16).

**Варіант 8**

1. а) 485(10); б) 970(10); в) 426,375(10); г) 725,625(10); д) 169,93(10).

2. а) 10101000(2); б) 101111110(2); в) 1010101,101(2); г) 1111001110,01(2); д) 721,2(8); е) 3C9,8(16).

**Варіант 9**

1. а) 639(10); б) 485(10); в) 581,25(10); г) 673,5(10); д) 296,33(10).

2. а) 1011000011(2); б) 100010111(2); в) 1100101101,1(2); г) 1000000000,01(2); д) 1046,4(8); е) 388,64(16).

**Варіант 10**

1. а) 618(10); б) 556(10); в) 129,25(10); г) 928,25(10); д) 155,45(10).

2. а) 1111011011(2); б) 1011101101(2); в) 1001110110,011(2); г) 1011110011,10111(2); д) 675,2(8); е) 94,4(16).

**Варіант 11**

1. а) 772(10); б) 71(10); в) 284,375(10); г) 876,5(10); д) 281,86(10).

2. а) 1000001111(2); б) 1010000110(2); в) 101100110,011011(2); г) 100100110,101011(2); д) 1022,2(8); е) 53,9(16).

**Варіант 12**

1. а) 233(10); б) 243(10); в) 830,375(10); г) 212,5(10); д) 58,89(10).

2. а) 1001101111(2); б) 1000001110(2); в) 111110011,011(2); г) 11010101,1001(2); д) 1634,5(8); е) C2,3(16).

**Варіант 13**

1. а) 218(10); б) 767(10); в) 894,5(10); г) 667,125(10); д) 3,67(10).

2. а) 1111100010(2); б) 1000011110(2); в) 101100001,011101(2); г) 1001111001,1(2); д) 1071,54(8); е) 18B,0C(16).

**Варіант 14**

1. а) 898(10); б) 751(10); в) 327,375(10); г) 256,625(10); д) 184,4(10).

2. а) 101110100(2); б) 1111101101(2); в) 1110100001,01(2); г) 1011111010,0001(2); д) 744,12(8); е) 1EE,C(16).

**Варіант 15**

1. а) 557(10); б) 730(10); в) 494,25(10); г) 737,625(10); д) 165,37(10).

2. а) 101001101(2); б) 1110111100(2); в) 10000001000,001(2); г) 1000110110,11011(2); д) 147,56(8); е) 1CA,3(16).

**Варіант 16**

1. а) 737(10); б) 92(10); в) 934,25(10); г) 413,5625(10); д) 100,94(10).

2. а) 1110000010(2); б) 1000100(2); в) 110000100,001(2); г) 1001011111,00011(2); д) 665,42(8); е) 246,18(16).

**Варіант 17**

1. а) 575(10); б) 748(10); в) 933,5(10); г) 1005,375(10); д) 270,44(10).

2. а) 1010000(2); б) 10010000(2); в) 1111010000,01(2); г) 101000011,01(2); д) 1004,1(8); е) 103,8C(16).

**Варіант 18**

1. а) 563(10); б) 130(10); в) 892,5(10); г) 619,25(10); д) 198,05(10).

2. а) 11100001(2); б) 101110111(2); в) 1011110010,0001(2); г) 1100010101,010101(2); д) 533,2(8); е) 32,22(16).

**Варіант 19**

1. а) 453(10); б) 481(10); в) 461,25(10); г) 667,25(10); д) 305,88(10).

2. а) 111001010(2); б) 1101110001(2); в) 1001010100,10001(2); г) 111111110,11001(2); д) 1634,35(8); е) 6B,A(16).

**Варіант 20**

1. а) 572(10); б) 336(10); в) 68,5(10); г) 339,25(10); д) 160,57(10).

2. а) 1010110011(2); б) 1101110100(2); в) 1010101,101(2); г) 1101000,001(2); д) 414,1(8); е) 366,4(16).

**Варіант 21**

1. а) 949(10); б) 763(10); в) 994,125(10); г) 523,25(10); д) 203,82(10).

2. а) 1110001111(2); б) 100011011(2); в) 1001100101,1001(2); г) 1001001,011(2); д) 335,7(8); е) 14C,A(16).

**Варіант 22**

1. а) 563(10); б) 264(10); в) 234,25(10); г) 53,125(10); д) 286,16(10).

2. а) 1100010010(2); б) 10011011(2); в) 1111000001,01(2); г) 10110111,01(2); д) 416,1(8); е) 215,7(16).

**Варіант 23**

1. а) 279(10); б) 281(10); в) 841,375(10); г) 800,3125(10); д) 208,92(10).

2. а) 1100111001(2); б) 10011101(2); в) 1111011,001(2); г) 110000101,01(2); д) 1601,56(8); е) 16E,B4(16).

**Варіант 24**

1. а) 744(10); б) 554(10); в) 269,375(10); г) 120,25(10); д) 139,09(10).

2. а) 101000001(2); б) 1110111100(2); в) 1001110101,011001(2); г) 1000010001,00011(2); д) 1177,6(8); е) 3FA,E8(16).

**Варіант 25**

1. а) 686(10); б) 585(10); в) 530,6875(10); г) 87,375(10); д) 131,82(10).

2. а) 110111001(2); б) 101111011(2); в) 1110111100,1(2); г) 110000011,0111(2); д) 742,34(8); е) 396,A(16).

**Варіант 26**

1. а) 679(10); б) 385(10); в) 981,25(10); г) 273,5(10); д) 796,33(10).

2. а) 1010000011(2); б) 100011111(2); в) 1100110101,1(2); г) 1010000000,01(2); д) 1036,4(8); е) 328,64(16).

**Варіант 27**

1. а) 618(10); б) 556(10); в) 129,25(10); г) 928,25(10); д) 155,45(10).

2. а) 1111011011(2); б) 1011101101(2); в) 1001110110,011(2); г) 1011110011,10111(2); д) 675,2(8); е) 94,4(16).

**Варіант 28**

1. а) 772(10); б) 71(10); в) 284,375(10); г) 876,5(10); д) 281,86(10).

2. а) 1000001111(2); б) 1010000110(2); в) 101100110,011011(2); г) 100100110,101011(2); д) 1022,2(8); е) 53,9(16).