

Муниципальное бюджетное общеобразовательное
учреждение города Абакана «Средняя
общеобразовательная школа № 11»

Методическая разработка
по теме

**Решение заданий типа 18
ЕГЭ по информатике**

Атюшкина Марина
Валерьевна,
учитель информатики

г. Абакан
2019 год

Оглавление

Пояснительная записка	3
Теоретический материал.....	4
Примеры решения заданий на поразрядную конъюнкцию	6
Упражнения для самостоятельного решения	9
Ответы для самоконтроля.....	10
Список используемой литературы.....	11

Пояснительная записка

В курсе информатики (углубленный уровень) 11 класса в соответствии с рабочей программой по учебному предмету Информатика на изучение вопросов, связанных с решением задач на поразрядную конъюнкцию отводится 4 урока (с 16 по 19).

	Логические основы компьютеров	20
1	Логические операции.	1
2	Диаграммы Эйлера-Венна.	1
3	Диаграммы Эйлера-Венна.	1
4	Логические уравнения.	1
5	Логические уравнения.	1
6	Логические уравнения.	1
7	Логические неравенства.	1
8	Логические неравенства.	1
9	Системы логических уравнений.	1
10	Решение систем логических уравнений.	1
11	Решение систем логических уравнений.	1
12	Решение систем логических уравнений.	1
13	Решение систем логических уравнений.	1
14	Решение систем логических уравнений.	1
15	Поразрядная конъюнкция.	1
16	Решение задач на поразрядную конъюнкцию.	1
17	Решение задач на поразрядную конъюнкцию.	1
18	Решение задач на поразрядную конъюнкцию.	1
19	Решение задач на поразрядную конъюнкцию.	1
20	Итоговый урок по теме «Логические основы компьютера».	1

Решение данного задания относится к заданиям высокого уровня сложности.

В данной методической разработке мною будет рассмотрен один из методов решения данного задания.

Методическая разработка предназначена для учащихся школ с углубленным изучением информатики на уровне среднего общего образования; для учащихся, сдающих ЕГЭ; для учителей информатики.

В разработке описан авторский метод решения задач на поразрядную конъюнкцию. Предложенный алгоритм позволяет решать один из типов задания 18 ЕГЭ по информатике.

В разработке представлена необходимая теория для выполнения задания, подробно разобраны примеры, показана методика их решения. Приведены задания для самостоятельной отработки сформированных умений и навыков и ответы к ним.

Теоретический материал

1. Условные обозначения логических операций

Логическая операция	Обозначение	Произношение
Инверсия (отрицание)	$\neg A, \bar{A}$	не A
Конъюнкция (логическое умножение)	$A \wedge B, A \cdot B$	A и B
Дизъюнкция (логическое сложение)	$A \vee B, A + B$	A или B
Импликация (следование)	$A \rightarrow B$	Если A то B
Эквивалентность (равносильность)	$A \equiv B$	A тогда и только тогда, когда B

2. Таблица истинности логических операций.

Таблица истинности выражения определяет его значения при всех возможных комбинациях исходных данных.

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \equiv B$
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

A	$\neg A$
0	1
1	0

Количество строк для полной таблицы истинности, равно 2^n , где n — число разных логических переменных.

3. Приоритеты логических операций.

1. Инверсия;
2. Конъюнкция;
3. Дизъюнкция;
4. Импликация;
5. Эквивалентность.

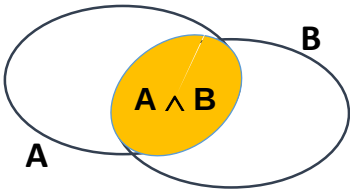
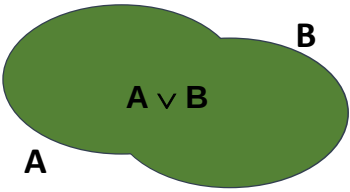
Для изменения указанного порядка выполнения логических операций используются скобки.

4. Формулы для упрощения логических выражений

- $A \rightarrow B = \neg A \vee B$ или в других обозначениях $A \rightarrow B = \bar{A} + B$
- правила преобразования логических выражений (законы алгебры логики):

Закон	Для И	Для ИЛИ
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$
исключения констант	$A \cdot 1 = A; A \cdot 0 = 0$	$A + 0 = A; A + 1 = 1$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
поглощения	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

5. Изображение логических операций с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

Логическая операция	Обозначение	Назначение	Изображение	Обозначение в математике
Конъюнкция (логическое сложение)	$A \wedge B$	Пересечение логических множеств А и В		$A \cap B$
Дизъюнкция (логическое сложение)	$A \vee B$	Объединение логических множеств А и В		$A \cup B$

Примеры решения заданий на поразрядную конъюнкцию

Пример 1. КИМ 2017 года.

18 Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 51 = 0 \vee (x \& 41 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Решение:

1) Введём обозначения: $P = (X \& 51 = 0)$, $Q = (X \& 41 = 0)$, $A = (X \& A \neq 0)$.

2) Перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации $A \rightarrow B = \bar{A} + B$:

$$P \vee (Q \rightarrow A) = P + (Q \rightarrow A) = P + \bar{Q} + A$$

3) Нам нужно выбрать минимальное A , такое что $P + \bar{Q} + A = 1$

4) Составим полную таблицу истинности для логического высказывания $P + \bar{Q} + A$

A	P	Q	$\bar{Q}$	$P + \bar{Q}$	$P + \bar{Q} + A$	строки
0	0	0	1	1	1	(1)
0	0	1	0	0	0	(2)
0	1	0	1	1	1	(3)
0	1	1	0	1	1	(4)
1	0	0	1	1	1	(5)
1	0	1	0	0	1	(6)
1	1	0	1	1	1	(7)
1	1	1	0	1	1	(8)

В строках 1, 3, 4, 5, 7, 8 значение логического высказывания $P + \bar{Q} = 1$, а значит значение логического высказывания $P + \bar{Q} + A$ не зависит от того, какое высказывание A ложное или истинное.

В строке (2) значение логического высказывания $P + \bar{Q} + A = 0$, а это противоречит условию задания (должно = 1).

В строке (6) значение логического высказывания $P + \bar{Q} + A = 1$ зависит от значения A , так как для этой строки $P + \bar{Q} = 0$.

Таким образом, будем выбирать минимальное A , такое что $P + \bar{Q} + A = 1$ при $A=1$, $P=0$, $Q=1$.

5) $P = (X \& 51 = 0)$ и $P=0$, значит $(X \& 51 = 0)$ — ложное; следовательно $(X \& 51 \neq 0)$ — истинное.

	номер бита	5	4	3	2	1	0
51_{10}	110011_2	1	1	0	0	1	1
X_{10}							
$X \& 51 \neq 0$							

Условие $(X \& 51 \neq 0)$ — истинно
означает, что у числа X среди битов
 $\{5, 4, 1, 0\}$ есть нулевые

6) $Q = (X \& 41 = 0)$ и $Q = 1$, значит $(X \& 41 = 0)$ — истинно.

	номер бита	5	4	3	2	1	0
41_{10}	101001_2	1	0	1	0	0	1
X_{10}		0		0			0
$X \& 41 = 0$							

Условие $(X \& 41 = 0)$ — истинно
означает, что биты $\{5, 3, 0\}$ числа X
нулевые

7) $A = (X \& A \neq 0)$ и $A = 1$, значит $(X \& A \neq 0)$ — истинно.

Из п. 5) и 6) мы получили: у числа X биты $\{5, 3, 0\}$ нулевые и среди битов $\{5, 4, 1, 0\}$ есть нулевые:

	номер бита	5	4	3	2	1	0
X_{10}		0		0			0
A_{10}			1			1	
$X \& A \neq 0$							

Условие $(X \& A \neq 0)$ — истинно и у
числа X биты $\{5, 3, 0\}$ нулевые, среди
битов $\{5, 4, 1, 0\}$ есть нулевые означает,
что биты $\{4, 1\}$ числа A ненулевые

8) Минимальное натуральное число A , у которого биты $\{4, 1\}$ ненулевые – это
 $10010_2 = 2^4 + 2^1 = 16 + 2 = 18$

Ответ: 18

Пример 2. КИМ 2016 года.

18 Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Решение:

1) Введём обозначения: $P = (X \& 25 \neq 0)$, $Q = (X \& 17 = 0)$, $A = (X \& A \neq 0)$.

2) Перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации $A \rightarrow B = \bar{A} + B$:

$$P \rightarrow (Q \rightarrow A) = \bar{P} + (Q \rightarrow A) = \bar{P} + \bar{Q} + A$$

3) Нам нужно выбрать минимальное A , такое что $\bar{P} + \bar{Q} + A = 1$

4) Составим полную таблицу истинности для логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A$

A	P	Q	$\bar{P}$	$\bar{Q}$	$\bar{P} + \bar{Q}$	$\bar{P} + \bar{Q} + A$	строки
0	0	0	1	1	1	1	(1)
0	0	1	1	0	1	1	(2)
0	1	0	0	1	1	1	(3)
0	1	1	0	0	0	0	(4)
1	0	0	1	1	1	1	(5)
1	0	1	1	0	1	1	(6)
1	1	0	0	1	1	1	(7)
1	1	1	0	0	0	1	(8)

В строках 1, 2, 3, 5, 6, 7 значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} = 1$, а значит значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A$ не зависит от того, какое высказывание A ложное или истинное.

В строке (4) значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A = 0$, а это противоречит условию задания (должно = 1).

В строке (8) значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A = 1$ зависит от значения A, так как для этой строки $\bar{P} + \bar{Q} = 0$.

Таким образом, будем выбирать минимальное A, такое что $\bar{P} + \bar{Q} + A = 1$ при A=1, P=1, Q=1.

5) $P = (X \& 25 \neq 0)$ и P=1, значит $(X \& 25 \neq 0)$ — истинно.

номер бита	4	3	2	1	0	
25 ₁₀	1	1	0	0	1	Условие $(X \& 25 \neq 0)$ — истинно
X ₁₀						означает, что у числа X среди битов {4, 3, 0} есть нулевые
$X \& 25 \neq 0$						

6) $Q = (X \& 17 = 0)$ и Q=1, значит $(X \& 17 = 0)$ — истинно.

номер бита	4	3	2	1	0	
17 ₁₀	1	0	0	0	1	Условие $(X \& 17 = 0)$ — истинно
X ₁₀	0				0	означает, что биты {4, 0} числа X нулевые
$X \& 17 = 0$						

7) $A = (X \& A \neq 0)$ и A=1, значит $(X \& A \neq 0)$ — истинно.

Из п. 5) и 6) мы получили: у числа X биты {4, 0} нулевые и среди битов {4, 3, 0} есть нулевые:

номер бита	4	3	2	1	0	
X ₁₀	0	1			0	Условие $(X \& A \neq 0)$ — истинно и у
A ₁₀		1				числа X биты {4, 0} нулевые, среди битов {4, 3, 0} есть нулевые означает, что бит {3} числа A ненулевой
$X \& A \neq 0$						

8) Минимальное натуральное число A, у которого бит {3} ненулевой — это $1000_2 = 2^3 = 8$

Ответ: 8

Упражнения для самостоятельного решения

1) Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 25 \neq 0) \rightarrow ((x \& 19 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

2) Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение

$$(X \& 76 \neq 0) \rightarrow ((X \& 10 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

3) Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число a , такое что выражение

$$(x \& 49 \neq 0) \rightarrow ((x \& 33 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

4) Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число a , такое что выражение

$$(x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 20 = 0) \rightarrow (x \& 5 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Ответы для самоконтроля

1) 8

2) 68

3) 16

4) 21

Список используемой литературы

1. Преподавание, наука, жизнь [Электронный ресурс] // Авторский сайт Константина Полякова. URL: <http://kpolyakov.spb.ru> (дата обращения: 14.02.2019).
2. ФИПИ [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fipi.ru> (дата обращения: 16.11.2018).